



MINISTERIO DEL AIRE

SERVICIO METEOROLOGICO NACIONAL

PUBLICACIONES

Serie **A** (Memorias), núm. **11**.

**Generalización a todo flúido de dos fórmulas para gases perfectos, fundamentales en Meteorología. Posibles aplicaciones a la Hidrología.**

POR EL

METEORÓLOGO D. FRANCISCO MORÁN

Licenciado en Ciencias,  
Jefe de la Sección de Aerología de la Oficina Central.

RIVADENEYRA, S. A.—MADRID

1 9 3 9

AÑO DE LA VICTORIA



AEMET-BIBLIOTECA



1006950

© Agencia Estatal de Meteorología. 2018



R 4.109

SigM 11.33 E

GENERALIZACIÓN A TODO FLÚIDO DE DOS FÓRMULAS PARA GASES PERFECTOS, FUNDAMENTALES EN METEOROLOGÍA. POSIBLES APLICACIONES A LA HIDROLOGÍA

POR

FRANCISCO MORAN

DEL SERVICIO METEOROLÓGICO NACIONAL



Sea un cuerpo en el estado

$$p, T, \theta(p, T), S(p, T).$$

Pasemos reversible y adiabáticamente a la presión  $P$ , fijada como presión de referencia para definir las temperaturas potenciales. Como  $T$  se convierte, por definición, en  $\theta$ , y  $S$  no varía, resulta el nuevo estado

$$a) \dots P, \theta, \theta, S.$$

Por el mismo proceso reversible y adiabático, partiendo del estado

$$p + dp, T + dT, \theta + d\theta, S + dS,$$

hubiésemos alcanzado la presión  $P$  en el estado

$$b) \dots P, \theta + d\theta, \theta + d\theta, S + dS.$$

Mas como del estado  $a)$  se puede pasar al  $b)$  calentando a presión constante, resulta:

$$dS = c_p \frac{d\theta}{\theta}.$$

Para gases perfectos  $c_p = c_p = \text{constante}$ , e integrando se obtiene la fórmula (1). Pero también para los demás flúidos conocidos la función  $c_p$  de  $\theta$  puede considerarse constante e igual a uno de sus valores intermedios,  $c_p'$ , sin error sensible dentro del margen práctico de variación de  $\theta$ , y resulta:

$$S = c_p l \theta + K.$$

Singularmente en el caso de las aguas, la variación de  $c_p$  es de todo punto despreciable. (En rigor, también el  $c_p$  del aire depende de  $T$ .)

II Si una columna de aire experimenta un cambio adiabático y reversible de presión, y al mismo tiempo



se deforma sin alteración del orden vertical de los estratos, es sabido que se verifica:

$$\frac{\gamma - \alpha}{p \cdot s} = \text{constante}, \quad [2]$$

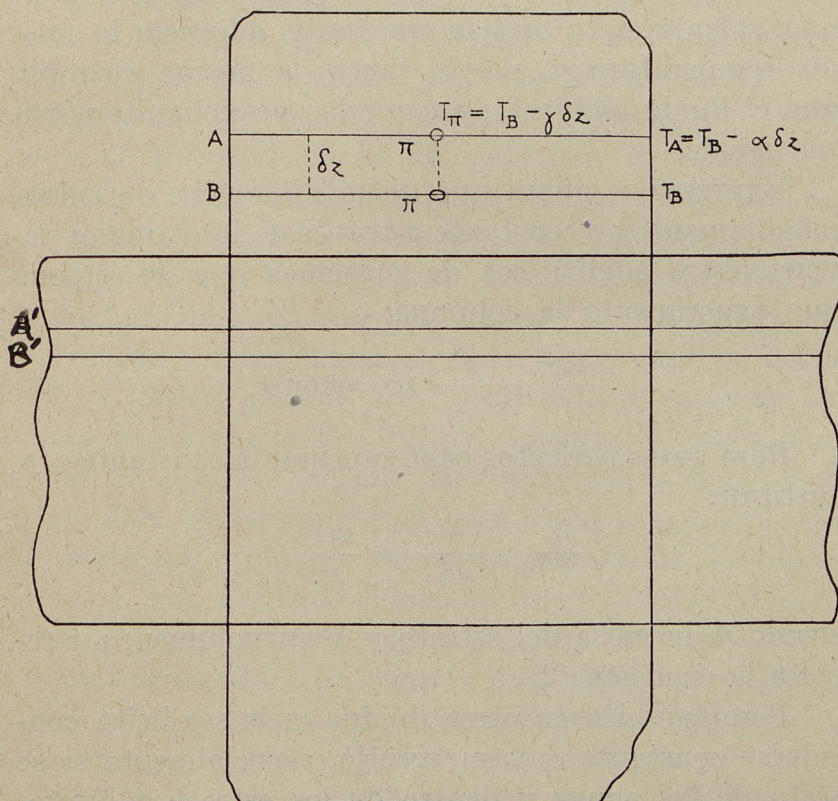
siendo:

$s$ , la sección horizontal de la columna.

$\gamma$ , el enfriamiento individual adiabático del aire,  $\frac{g}{c_p}$ .

$\alpha$ , la disminución de temperatura en la columna, en sentido vertical, o sea  $-\frac{\partial T}{\partial z}$  (gradiente geométrico) *vertical*).

Pero como esta relación sólo está demostrada para gases perfectos, falta investigar lo que ocurre en flúidos cualesquiera.





Sea  $\delta z$  el espesor de una capa delgada. Su base superior, A, se hallará  $\alpha \delta z$  más fría que la inferior, B. Si elevamos una partícula  $\pi$  de fluido de B hasta A, por vía adiabática reversible, su temperatura descenderá  $\gamma \delta z$ ; luego, después de la elevación, la diferencia entre la temperatura  $T_\pi$  de la partícula movida y la temperatura  $T_A$  del fluido ambiente al mismo nivel será:

$$T_A - T_\pi = T_B - \alpha \delta z - (T_B - \gamma \delta z) = (\gamma - \alpha) \delta z.$$

La diferencia de entropías específicas entre ambas bases del estrato valdrá:

$$S_A - S_B = \frac{c_p(\gamma - \alpha) \delta z}{T};$$

pues ésta es la cantidad de entropía que es preciso comunicar por unidad de masa al fluido elevado para que, calentando a presión constante, adquiera la misma temperatura y, por lo tanto, la misma entropía que el fluido ambiente, ya que las presiones también son iguales.

Expresemos ahora que dicha diferencia de entropías se mantiene constante a través de los cambios reversibles y adiabáticos de presiones que se supone que experimenta la columna:

$$\frac{c_p(\gamma - \alpha)}{T} \delta z = \text{const.}$$

Para gases perfectos cabe suprimir la constante  $c_p$  y sustituir:

$$\frac{\delta z}{T} = \frac{V}{sT} = \frac{mR}{sp},$$

siendo  $m$  la masa del estrato y  $V$  su volumen; así resulta la ecuación (2).

Pero también en otros fluidos suele ser lícito considerar constante  $c_p$  y suprimirlo, especialmente si se trata de las aguas y dentro de los estrechos límites



de variación de  $T$  en ellas. Expresando además que es constante el volumen, ya que en las aguas  $T$  varía relativamente poco y la variación de  $p$  apenas influye sobre él, resulta:

$$\delta z = \frac{K}{s},$$

de donde

$$\frac{\gamma - \alpha}{sT} = \text{const},$$

en que  $\gamma$  no es constante, como en los gases perfectos; pero sí bastante bien conocido, por ser de frecuente aplicación en Oceanografía.

---

Por la semejanza de los problemas en que se ocupan, es de razón que la Hidrología y la Meteorología se presten mutuo auxilio. Así, muchos problemas de Dinámica se han resuelto primero para el agua y después la Meteorología se ha esforzado en asimilarse, en primera aproximación, los resultados. En cambio, en Termodinámica, la Meteorología, que opera sobre gases perfectos, lleva ventaja a la Hidrología, que ha de luchar con la enorme complejidad de las ecuaciones de estado de los líquidos. Pues bien: esta modesta nota trata de probar que para deducir importantes consecuencias cuantitativas no es preciso, a veces, manejar, ni siquiera conocer, esas intrincadas ecuaciones que cifran el detalle de los fenómenos, sino que basta apelar a los principios fundamentales de la Termodinámica, que los condicionan de manera más general y sencilla. Especialmente, el segundo principio, cuya expresión analítica es idéntica para todos los cuerpos, tiene que resultar sumamente fecundo, aplicado a sustancias distintas de los gases perfectos.

Al mismo tiempo ofrecemos a los especialistas en



Hidrología las dos fórmulas anteriores: la segunda, por si les interesa el problema concreto que resuelve, y la primera, porque, al relacionar la entropía del agua con su temperatura potencial, que ya de antiguo se aplica a la definición de la estabilidad de los equilibrios, y cuya distribución en las aguas está por lo mismo muy bien estudiada, acaso facilite la aplicación a la Hidrología del diagrama entrópico, que tan útil resulta en Meteorología para apreciar la energía potencial de las estratificaciones.







M11  
MO  
A